

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY**Diploma Engineering – SEMESTER – 1 (OLD) – EXAMINATION – Winter-2025****Subject Code: 3300001****Date: 08-01-2026****Subject Name: Basic Mathematics****Time: 10:30 AM TO 01:00 PM****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.**14**

- 1 $\log_3 81 = \dots\dots\dots$
a. 3 b. 1 c. 4 d. 0
- 2 $\log 64 \div \log 8 = \dots\dots\dots$
a. $\log 8$ b. $\log 2$ c. 8 d. 2
- 3 $7^{\log_7 2} = \dots\dots\dots$
a. 0 b. 2 c. 49 d. $\log 2$
- 4 If $\begin{vmatrix} 5 & x \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 0$, then $x = \dots\dots\dots$ જો $\begin{vmatrix} 5 & x \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 0$ હોય, તો $x = \dots\dots\dots$
a. 5 b. 10 c. -10 d. 3
- 5 Order of the matrix $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ is શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ની કક્ષ $\dots\dots\dots$
a. 3×2 b. 2×3 c. 2×2 d. 3×3
- 6 If $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$, then $AB = \dots\dots\dots$ જો $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ હોય, તો $AB = \dots\dots\dots$
a. $\begin{bmatrix} 10 & 12 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} 10 \\ 12 \end{bmatrix}$ c. $[22]$ d. $[120]$
- 7 If $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, then $A^T = \dots\dots\dots$ જો $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ હોય, તો $A^T = \dots\dots\dots$
a. $\begin{bmatrix} a & -c \\ -b & d \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} -b & c \\ d & -a \end{bmatrix}$
- 8 $270^\circ = \dots\dots\dots$ Radian. $270^\circ = \dots\dots\dots$ રેડિયન.
a. $\frac{4\pi}{3}$ b. $\frac{2\pi}{3}$ c. $\frac{3\pi}{2}$ d. $\frac{\pi}{9}$
- 9 $\frac{2\pi}{9}$ Radian = $\dots\dots\dots$ Degree. $\frac{2\pi}{9}$ રેડિયન = $\dots\dots\dots$ અંશ.
a. 40 b. 80 c. 20 d. 10

- 10 Principal period of $\sin(2x+11)$ is $\sin(2x+11)$ નું મુખ્ય આવર્તમાન છે
- a. $\frac{2\pi}{11}$ b. 2π c. π d. $\frac{\pi}{2}$
- 11 $\sin 2\theta = \dots\dots\dots$
- a. $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta$ b. $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ c. $1 - \cos^2 \theta$ d. $2 \sin \theta \cos \theta$
- 12 Surface area of a cube of 4 cm length is cm^2
 4 cm લંબાઈવાળા સમઘનની વક્ર સપાટીનું ક્ષેત્રફળચો. સેમી. થાય.
- a. 16 b. 64 c. 96 d. 128
- 13 Area of a circle made from a wire of length $6\pi\text{ cm}$ cm^2 .
 $6\pi\text{ cm}$ લાંબા તારમાંથી બનતા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ cm^2 થાય.
- a. π b. 6π c. 9π d. 36π
- 14 Volume of a sphere having radius $r\text{ cm}$ is..... cm^3 .
જો ગોલકની ત્રિજ્યા $r\text{ cm}$ હોય તો ગોલકનું ઘનફળ..... cm^3 થાય.
- a. $\frac{4}{3}\pi r^3$ b. $\frac{2}{3}\pi r^3$ c. $4\pi r^2$ d. πr^2

Q.2 (a) Attempt any two (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.) **06**

1. Prove that (સાબિત કરો કે) $\log(\log x^2) - \log(\log x) = \log 2$.
2. Solve (ઉકેલો) : $\log_2(x+5) + \log_2(x-2) = 3$.
3. If length of diagonal of a square is d units, then find area of the square.
એક ચોરસમાં વિકર્ણનું માપ d એકમ હોય તો ચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
4. If volume of a sphere is $\frac{32}{3}\pi\text{ cm}^3$, then find its diameter.
જો એક ગોળાનું ઘનફળ $\frac{32}{3}\pi\text{ cm}^3$ હોય તો તે ગોળાનો વ્યાસ શોધો.

(b) Attempt any two (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.) **08**

1. If $\log\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$, then prove that $x^2 + y^2 = 7xy$.
જો $\log\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ હોય, તો સાબિત કરો કે $x^2 + y^2 = 7xy$.
2. Prove that (સાબિત કરો કે) $\log_{b^3} a^2 \cdot \log_{c^3} b^2 \cdot \log_{a^3} c^2 = \frac{8}{27}$.
3. How much cardboard is needed to make a cube of length 11 cm ?
 11 cm લંબાઈનો સમઘન બનાવવા માટે કેટલું કાર્ડબોર્ડ જોઈએ?
4. Find the area enclosed between two concentric circles of radii 12 cm and 19 cm .
 12 cm અને 19 cm ત્રિજ્યાઓ વાળા બે સમકેન્દ્રી વર્તુળો વચ્ચે ઘેરાયેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

Q.3 (a) Attempt any two (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.) **06**

1. If $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$, then find the matrix X such that $2A + X = 5B$.
જો $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ માટે $2A + X = 5B$ હોય, તો શ્રેણિક X મેળવો.

2. If $A = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -9 & 11 \end{bmatrix}$, then prove that $(A+B)^T = A^T + B^T$.
જો $A = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -9 & 11 \end{bmatrix}$ હોય, તો સાબિત કરો કે $(A+B)^T = A^T + B^T$
3. If $2A-3B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -7 & -9 \end{bmatrix}$ and $A+3B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$, then find A and B .
જો $2A-3B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -7 & -9 \end{bmatrix}$ અને $A+3B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ હોય, તો A અને B મેળવો.
4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, then find AB and BA .
જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ હોય, તો AB અને BA મેળવો.

(b) Attempt any two (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.)

08

1. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, then prove that $(AB)^T = B^T A^T$.
જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ હોય, તો સાબિત કરો કે $(AB)^T = B^T A^T$
2. If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix}$, then find A^3 . જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ હોય, તો A^3 મેળવો.
3. Find the inverse of the matrix (વ્યસ્ત શ્રેણિક મેળવો) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
4. If $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, then prove that $A^2 - 9A + 23I = O$.
જો $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ હોય, તો સાબિત કરો કે $A^2 - 9A + 23I = O$

Q.4 (a) Attempt any two (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.)

06

1. Evaluate (કિંમત શોધો): $\frac{\sin(\theta+\pi)}{\sin(2\pi+\theta)} + \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\cot(\pi-\theta)} + \frac{\cos(\theta-2\pi)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$.
2. Evaluate (કિંમત શોધો): $3\sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) - \frac{3}{4}\tan^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \frac{4}{9}\cot^2\left(\frac{\pi}{3}\right) - 5\sec^2\left(\frac{\pi}{6}\right)$.
3. Prove that (સાબિત કરો): $\sin(A+B)\sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B$.
4. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, then find $A^2 - 7A + 3I$. જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ હોય, તો $A^2 - 7A + 3I$ શોધો.

(b) Attempt any two (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.)

08

1. Draw the graph of (આલેખ દોરો): $y = \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$.

2. Prove that (સાબિત કરો): $\tan 56^\circ = \frac{\cos 11^\circ + \sin 11^\circ}{\cos 11^\circ - \sin 11^\circ}$.
3. Prove that (સાબિત કરો): $\frac{\cos A + \cos 3A + \cos 5A}{\sin A + \sin 3A + \sin 5A} = \cot 3A$.

4. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 4 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, then prove that $A^{-1} = \text{adj}(A)$.

જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 4 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ હોય, તો સાબિત કરો કે $A^{-1} = \text{adj}(A)$

Q.5 (a) Attempt any two (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.)

06

1. If $\vec{x} = (1, -5, 6)$ and $\vec{y} = (2, 7, 3)$, then find $|2\vec{x} + 3\vec{y}|$.
જો $\vec{x} = (1, -5, 6)$ અને $\vec{y} = (2, 7, 3)$ હોય, તો $|2\vec{x} + 3\vec{y}|$ મેળવો.
2. Find the direction cosines of the vector $(\sqrt{15}, 3, -5)$.
સદિશ $(\sqrt{15}, 3, -5)$ ની દીકકોસાઈન્સ મેળવો.
3. If $\vec{x} = (2, -1, 5)$ and $\vec{y} = (-2, 3, 1)$, then find $(\vec{x} + \vec{y}) \cdot (\vec{x} - \vec{y})$.
જો $\vec{x} = (2, -1, 5)$ અને $\vec{y} = (-2, 3, 1)$ હોય, તો $(\vec{x} + \vec{y}) \cdot (\vec{x} - \vec{y})$ મેળવો.
4. For what value of p the vectors $\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$ and $5p\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ are perpendicular to each other?
 p ના કયાં મુલ્ય માટે સદિશ $\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$ અને $5p\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ પરસ્પર લંબ સદિશ થાય?

(b) Attempt any two (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.)

08

1. Find the angle between two vectors $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ and $2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$.
બે સદિશો $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ અને $2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ વચ્ચેનો ખૂણો મેળવો.
2. Find unit vectors perpendicular to both vectors $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ and $\vec{b} = 5\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$.
સદિશો $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ અને $\vec{b} = 5\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$ બંનેને લંબ એકમ સદિશો મેળવો.
3. If $\vec{x} = 7\vec{i} - 3\vec{j}$ and $\vec{y} = 2\vec{j} - 6\vec{k}$, then find $|(\vec{x} - \vec{y}) \times (\vec{x} + \vec{y})|$.
જો $\vec{x} = 7\vec{i} - 3\vec{j}$ અને $\vec{y} = 2\vec{j} - 6\vec{k}$ હોય, તો $|(\vec{x} - \vec{y}) \times (\vec{x} + \vec{y})|$ મેળવો.
4. A particle moves from the point $(-1, 2, 1)$ to the point $(2, 3, -1)$ under the effect of forces $(1, 3, 5)$ and $(2, -5, 8)$. Find the work done.
બળો $(1, 3, 5)$ અને $(2, -5, 8)$ ની અસર હેઠળ એક કણનું સ્થાનાંતર બિંદુ $(-1, 2, 1)$ થી બિંદુ $(2, 3, -1)$ પર થાય છે. તો થયેલ કુલ કાર્ય મેળવો.
