

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – 1 - EXAMINATION – SUMMER-2022

Subject Code: 3300001

Date: 24-08-2022

Subject Name: Basic Mathematics

Time: 02:30 PM TO 05:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

- (1) In the following which sentence is wrong?
(a) $\log(1 + 2 + 7) = \log 1 + \log 2 + \log 5$ (b) $\log(3 + 4) = \log 3 \times \log 4$
(c) $\log_7 7 = 1$ (d) $\log_{10} 1 = 0$
- (૧) નીચેના માંથી કયું વિધાન સાચું નથી ?
(b) $\log(1 + 2 + 7) = \log 1 + \log 2 + \log 5$ (b) $\log(3 + 4) = \log 3 \times \log 4$
(c) $\log_7 7 = 1$ (d) $\log_{10} 1 = 0$
- (2) $\log_{\sqrt{3}} 9 = \underline{\hspace{2cm}}$.
(a) $\frac{1}{4}$ (b) 4 (c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (૨) $\log_{\sqrt{3}} 9 = \underline{\hspace{2cm}}$.
(a) $\frac{1}{4}$ (b) 4 (c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (3) If $\log_2(a + 2) = 2$ then $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 0
- (૩) જો $\log_2(a + 2) = 2$ હોય તો $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 0
- (4) If $\left| \begin{matrix} a & -5 \\ b & 5 \end{matrix} \right| = 25$ then $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$.
(a) 10 (b) -10 (c) -5 (d) 5
- (૪) જો $\left| \begin{matrix} a & -5 \\ b & 5 \end{matrix} \right| = 25$ હોય તો $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$.
(a) 10 (b) -10 (c) -5 (d) 5
- (5) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ then $A + A^T = \underline{\hspace{2cm}}$.
(a) A (b) 2A (c) 0 (d) I
- (૫) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ હોય તો $A + A^T = \underline{\hspace{2cm}}$.
(a) A (b) 2A (c) 0 (d) I
- (6) If $A_{3 \times 2}$ and $B_{2 \times 4}$ order matrix then in A.B total elements are _____.
(a) 12 (b) 8 (c) 6 (d) 4
- (૬) જો $A_{3 \times 2}$ અને $B_{2 \times 4}$ ક્રમાંકના શ્રેણિક હોય તો A.B માં કુલ _____ ઘટકો હશે.
(a) 12 (b) 8 (c) 6 (d) 4
- (7) If $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ a & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & b \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ then $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$.
(a) (5,3) (b) (3,5) (c) (3,3) (d) (5,5)
- (૭) જો $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ a & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & b \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ હોય તો $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$.
(a) (5,3) (b) (3,5) (c) (3,3) (d) (5,5)

- (8) $\frac{19\pi}{3}$ Radian = _____ degree.
 (a) 1410 (b) 1040 (c) 1140 (d) 1110
- (૮) $\frac{19\pi}{3}$ રેડિયન = _____ ડિગ્રી.
 (a) 1410 (b) 1040 (c) 1140 (d) 1110
- (9) Value of $\log(\tan 1^\circ) \times \log(\tan 2^\circ) \times \dots \times \log(\tan 89^\circ) =$ _____.
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3
- (૯) $\log(\tan 1^\circ) \times \log(\tan 2^\circ) \times \dots \times \log(\tan 89^\circ)$ ની કિંમત _____ છે.
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3
- (10) For ΔABC $\sin(B + C) =$ _____.
 (a) π (b) $\sin A$ (c) $\sin B$ (d) $\sin C$
- (૧૦) ΔABC માટે $\sin(B + C) =$ _____.
 (a) π (b) $\sin A$ (c) $\sin B$ (d) $\sin C$
- (11) $(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) - (\tan^{-1} x + \cot^{-1} x) =$ _____.
 (a) 1 (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) π (d) 0
- (૧૧) $(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) - (\tan^{-1} x + \cot^{-1} x) =$ _____.
 (a) 1 (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) π (d) 0
- (12) The ratio of radius of two cylinders having same height is 4:5 then the ratio of its volume is _____.
 (a) 64:125 (b) 16:25 (c) 5:4 (d) 4:5
- (૧૨) સમાન ઊંચાઈના બે નળાકારની ત્રિજ્યા 4:5 પ્રમાણમાં હોય ,તો તેમના ઘનફળોનો ગુણોત્તર ____ છે .
 (a) 64:125 (b) 16:25 (c) 5:4 (d) 4:5
- (13) If the area of base of cube is 16cm^2 then the volume of cube is _____ cm^3 .
 (a) 48 (b) 64 (c) 8 (d) 32
- (૧૩) એક સમઘનના પાયાનું ક્ષેત્રફળ 16 ચો.સે.મી. હોય ,તો તેનું ઘનફળ _____ ઘનસેમી છે.
 (a) 48 (b) 64 (c) 8 (d) 32
- (14) The formula for find the volume of 5 rupees coin is _____.
 (a) $\pi r h$ (b) $2\pi r h$ (c) $\pi r^2 h$ (d) $4\pi r^2$
- (૧૪) 5 રૂપિયાના સિક્કા નું ઘનફળ શોધવાનું સુત્ર _____ છે.
 (a) $\pi r h$ (b) $2\pi r h$ (c) $\pi r^2 h$ (d) $4\pi r^2$

Q.2 .

(A) Attempt any two

06

- (1) Prove that $\log(\sqrt{a^2 + 1} + a) + \log(\sqrt{a^2 + 1} - a) = 0$.
 (૧) સાબિત કરો કે $\log(\sqrt{a^2 + 1} + a) + \log(\sqrt{a^2 + 1} - a) = 0$.
- (2) If $\frac{\log 8 \times \log 2x}{\log 4} = \log 8$ then prove that $x = 2$
 (૨) જો $\frac{\log 8 \times \log 2x}{\log 4} = \log 8$ હોય તો બતાવો કે $x = 2$
- (3) Find the area of an equilateral triangle whose length of side is x cm.
 (૩) x સે.મી. લંબાઈની બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
- (4) The surface area of a sphere is 616sq.cm . Find the diameter of the sphere.
 (૪) એક ગોલકની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ 616 ચો.સે.મી. છે.તો તે ગોલકનો વ્યાસ શોધો.

(B) Attempt any two

08

- (1) If $\log\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) = \log 2 - \log x + \log\left(\frac{1}{y}\right)$ then prove that $x = y$.
 (૧) જો $\log\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) = \log 2 - \log x + \log\left(\frac{1}{y}\right)$ હોય તો સાબિત કરો કે $x = y$.
- (2) Prove that $\log_3\left(\frac{1}{2430}\right) + \frac{1}{\log_{10} 3} + 5 = 0$.

- (૨) સાબિત કરો કે $\log_3 \left(\frac{1}{2430} \right) + \frac{1}{\log_{10} 3} + 5 = 0$.
- (૩) A metal solid cylinder has diameter 9cm and height 16cm. How many small balls of 0.3cm radius can be made from the cylinder?
- (૩) ધાતુના નક્કર નળાકારનો વ્યાસ ૯સે.મી.અને ઊંચાઈ ૧૬ સે.મી.છે. ધાતુના આ નળાકાર ને ઓગાળીને તેમાંથી ૦.૩સે.મી.ત્રિજ્યા વાળી કેટલી ગોળીઓ બનાવી શકાય ?
- (૪) Find the volume of cylinder made by 9, 5rupees coins having diameter 3cm and 0.5cm height. (Take $\pi = 3.14$)
- (૪) ૩ સે.મી. વ્યાસ અને ૦.૫ સે.મી. ઊંચાઈ ધરાવતા ૯, ૫રૂપિયાના સિક્કા થી બનતા નળાકારનું ઘનફળ શોધો ($\pi = 3.14$ લેવા).

Q.3 .

(A) Attempt any two

06

- (1) If $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4$ then find the value of x .
- (૧) જો $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4$ હોય તો x ની કિંમત શોધો.
- (2) If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ then prove that $(A+B)^T = A^T + B^T$.
- (૨) જો $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $(A+B)^T = A^T + B^T$.
- (3) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ then find A^3 .
- (૩) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ હોય તો A^3 મેળવો.
- (4) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ and $X + A + B = 0$ then find matrix X .
- (૪) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ અને $X + A + B = 0$ હોય તો શ્રેણિક X મેળવો.

(B) Attempt any two

08

- (1) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ then prove that $AB = AC$.
- (૧) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ અને $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $AB = AC$.
- (2) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ then find the value of $A^2 - 2A + I$.
- (૨) જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ હોય તો $A^2 - 2A + I$ નું મુલ્ય શોધો.
- (3) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ then find A^{-1} .
- (૩) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો A^{-1} શોધો.
- (4) Solve the equations $3x - 5y = 1$ and $2y + x = 4$ using matrix method.
- (૪) સમીકરણો $3x - 5y = 1$ અને $2y + x = 4$ નો ઉકેલ શ્રેણિક ની મદદથી મેળવો.

Q.4

(A) Attempt any two

06

- (1) Prove that $\frac{\sin(\theta - \frac{\pi}{2})}{\cos(\theta - \pi)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\cot(\pi + \theta)} + \frac{\csc(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\sec(\pi + \theta)} = -1$.
- (૧) સાબિત કરો કે $\frac{\sin(\theta - \frac{\pi}{2})}{\cos(\theta - \pi)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\cot(\pi + \theta)} + \frac{\csc(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\sec(\pi + \theta)} = -1$.
- (2) Prove that $\sin^4 x = \frac{1}{8}(3 - 4\cos 2x + \cos 4x)$.
- (૨) સાબિત કરો કે $\sin^4 x = \frac{1}{8}(3 - 4\cos 2x + \cos 4x)$
- (3) If $\tan(x + y) = \frac{3}{4}$ and $\tan(x - y) = \frac{8}{15}$ then find the value of $\tan 2x$.
- (૩) જો $\tan(x + y) = \frac{3}{4}$ અને $\tan(x - y) = \frac{8}{15}$ હોય તો $\tan 2x$ નું મૂલ્ય શોધો.
- (4) If $A = \begin{bmatrix} ab & a^2 \\ -b^2 & -ab \end{bmatrix}$ then prove that $A^2 = 0$.
- (૪) જો $A = \begin{bmatrix} ab & a^2 \\ -b^2 & -ab \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $A^2 = 0$.

(B) Attempt any two

08

- (1) Prove that $\sin \theta = \frac{\sin 3\theta}{1 + 2\cos 2\theta}$ and hence find the value of $\sin 15^\circ$.
- (૧) સાબિત કરો કે $\sin \theta = \frac{\sin 3\theta}{1 + 2\cos 2\theta}$ અને તે ઉપરથી $\sin 15^\circ$ ની કિંમત મેળવો.
- (2) Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right) = \frac{1}{4}(\pi + 2x)$.
- (૨) સાબિત કરો કે $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right) = \frac{1}{4}(\pi + 2x)$.
- (3) Draw the graph of $y = \sin x, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
- (૩) $y = \sin x, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ નો આલેખ દોરો.
- (4) Find matrix 'X' if $\begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} -16 & -6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$.
- (૪) જો $\begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} -16 & -6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ હોય તો શ્રેણિક X મેળવો.

Q.5

(A) Attempt any two

06

- (1) If $\vec{a} = j + k - i$ and $\vec{b} = 2i + j - k$ then find $|2\vec{a} + 3\vec{b}|$.
- (૧) જો $\vec{a} = j + k - i$ અને $\vec{b} = 2i + j - k$ હોય તો $|2\vec{a} + 3\vec{b}|$ મેળવો.
- (2) If $\vec{x} = (-4, 9, 6), \vec{y} = (0, 7, 10)$ and $\vec{z} = (-1, 6, 6)$ then prove that $(\vec{x} - \vec{z}) \cdot (\vec{y} - \vec{z}) = 0$.
- (૨) જો $\vec{x} = (-4, 9, 6), \vec{y} = (0, 7, 10)$ અને $\vec{z} = (-1, 6, 6)$ હોય તો સાબિત કરો કે $(\vec{x} - \vec{z}) \cdot (\vec{y} - \vec{z}) = 0$.
- (3) If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ then prove that $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{a}$.
- (૩) જો $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ હોય તો બતાવો કે $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{a}$.
- (4) If $\vec{x} = (3, 1, -1)$ then find (i) $|\vec{x}|$ (ii) $\hat{x}$.
- (૪) જો $\vec{x} = (3, 1, -1)$ હોય તો (i) $|\vec{x}|$ (ii) $\hat{x}$ મેળવો.

(B) Attempt any two

08

- (1) Find $(10i + 2j + 3k) \cdot [(i - 2j + 2k) \times (3i - 2j - 2k)]$.
- (૧) $(10i + 2j + 3k) \cdot [(i - 2j + 2k) \times (3i - 2j - 2k)]$ નું મૂલ્ય શોધો.
- (2) If $\vec{a} = 2i - j$ and $\vec{b} = i + 3j - 2k$ then find $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})|$.
- (૨) જો $\vec{a} = 2i - j$ અને $\vec{b} = i + 3j - 2k$ હોય તો $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})|$ મેળવો.
- (3) Prove that the angle between two vectors $i + j - k$ and $2i - 2j + k$ is $\sin^{-1} \frac{\sqrt{26}}{3\sqrt{3}}$.

- (3) સાબિત કરો કે, સદિશો $i + j - k$ અને $2i - 2j + k$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1} \frac{\sqrt{26}}{3\sqrt{3}}$ છે.
- (4) Forces $2i - k + j$, $i + j + 2k$ and $2j - 3k$ act on a particle and particle moves from the point $(5,3,2)$ to the point $(1, -1,2)$ under the effect of these forces. Find the work done.
- (૪) એક કણ પર $2i - k + j$, $i + j + 2k$ અને $2j - 3k$ બળો લગાડવામાં આવે છે, બળોની અસર તળે તે કણ બિંદુ $(5,3,2)$ થી $(1, -1,2)$ પર સ્થાનાંતર પામે છે. તો થયેલ કાર્ય શોધો.